ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε’ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ – ΤΕΥΧΟΣ 1

ΝΙΚΟΛΑΣ ΦΡΑΓΚΙΑΣ – ΔΑΣΚΑΛΟΣ

1.1 – 1.6 ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Εργασία στην τάξη

Φ1 - Βάλτε τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο (Μ ► μ)

98.741, 14.789, 17.849, 18479, 78.941, 89.741, 81.479

Φ2 - Κάντε το αντίθετο (μ ► Μ)

125.736, 125.376, 152.736, 152.673, 132.576, 132.765

Φ3 - (Μ ► μ)

54.896.304, 2.783.958, 54.986.304, 45.986.304, 45.976.308, 2.780.952

ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

Μεταβλητή είναι ένα γράμμα που μπαίνει στη θέση ενός αριθμού.

Εργασία στην τάξη

Φ1 - Ποιες τιμές μπορούν να πάρουν οι παρακάτω μεταβλητές;

4χ5 < 475	[χ=6 ή χ=5 … ή χ=0]
4α5 ≤ 475	[α=7 ή α=6 … ή α=0]
125 < 1ω5	[ω=3 ή ω=4 … ω=9]
α88 > 288	[α=3 ή α=4 … άπειρες τιμές]
γ88 < 288	[ή γ=0 ή γ=1]
416 < 4χ6 <456	[ή χ=2 ή χ=3 ή χ=4]

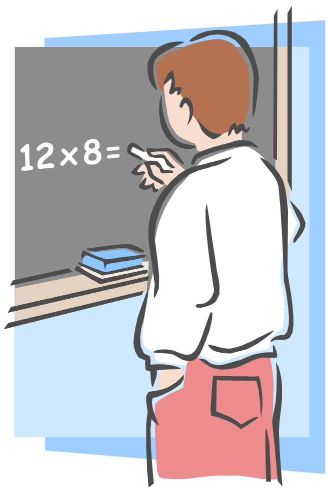
Εργασία στο σπίτι

Φ1 - Να γραφτούν με λέξεις οι αριθμοί:

5.015.050 =

12.004.400 =

200.020.002 =



Φ2 - Να γραφτούν με αριθμητικά ψηφία οι αριθμοί:

Πενήντα εκατομμύρια δέκα =

Τριακόσιες τρεις χιλιάδες τρία =

Επτά εκατομμύρια εβδομήντα χιλιάδες =

Φ3 - Ποιες τιμές μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές;

16.0γ2.300 < 16.032.300 γ=

5φ.426 ≥ 55.426 φ=

1.7 ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Οι βοηθοί μας λένε (**0,1,2,3,4** → **μείνε** & **5,6,7,8,9** → **ανέβα**)

699.973 (Ε) → 700.000 (6999Ε και το **7** τους λέει **ανέβα**)

36.127 (Χ) → 36.000 (36Χ και το **1** τους λέει **μείνε**)

638.792 (ΔΧ) → 640.000 (63ΔΧ και το **8** τους λέει **ανέβα**)

Εργασία στο σπίτι

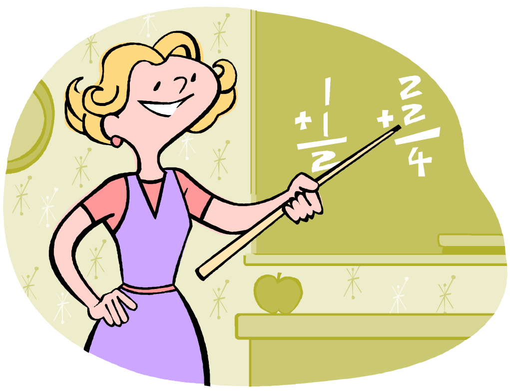
Φ1 – Να γίνει στρογγυλοποίηση στα εκατομμύρια (Ε) των παρακάτω αριθμών.

16.548.926 →

3.016.742 →

199.876.345 →

1.244.876 →



Φ2 – Το ίδιο στις χιλιάδες (Χ).

246.895 → 730.964 →

134.278 → 359.721 →

562.351 →

Φ3 (Για … μάγκες) – Ποιες τιμές μπορεί να πάρει η κάθε μεταβλητή;

427.α35 → 428.000

3.β42.136 → 3.000.000

19.γ92 → 20.000

4.ω18 → 4.000

Εργασία στην τάξη

Φ1 – Να κάνετε τις παρακάτω στρογγυλοποιήσεις

578.910 $\xrightarrow{E}$ 58 $\xrightarrow{\Delta}$ 20.000.736 $\xrightarrow{X}$

578.962 $\xrightarrow{E}$ 17.991 $\xrightarrow{E}$ 999.999 $\xrightarrow{EX}$

3.412.856 $\xrightarrow{\Delta}$ 372.914 $\xrightarrow{\Delta X}$

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

$$\frac{2}{5}$$

← ***Αριθμητής*** (πόσα πήραμε)

← ***Παρονομαστής*** (σε πόσα ΙΣΑ μέρη χωρίσαμε μια ακ. Μον.)

Προσοχή! Η ακέραιη μονάδα πρέπει να είναι χωρισμένη σε ίσα μέρη.

Κλασματική μονάδα = κλάσμα με αριθμητή τη μονάδα π.χ $\frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}$

Κλασματικός αριθμός = κλάσμα με αριθμητή και παρονομαστή αριθμούς $\frac{4}{12}, \frac{5}{9}$

Πολλές ίδιες κλασματικές μονάδες δημιουργούν τους κλασματικούς αριθμούς.

Π.χ $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}$

(κλ. μονάδες) κλ. αριθμός

ΑΡΑ …

Γεν. μορφές

- ***Κλασματικοί αριθμοί***: $\frac{x}{y}$ π.χ $\frac{4}{5}, \frac{7}{18}, \frac{3}{4}$
- ***Κλασματικές μονάδες***: $\frac{1}{\chi}$ π.χ $\frac{1}{14}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
- ***Δεκαδικά κλάσματα***: $\frac{\chi}{10}$ ή $\frac{y}{100}$ ή $\frac{z}{1000}$ π.χ $\frac{4}{10}, \frac{58}{100}, \frac{373}{1000}$

ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

Χ = Χιλιάδες, Ε = Εκατοντάδες Δ = Δεκάδες, Μ = Μονάδες, δ = δέκατα, ε = εκατοστά, χ = χιλιοστά

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Γενική μορφή: $\underbrace{\text{Χ . Ε Δ Μ}}_{\text{Ακέραιο μέρος}}, \underbrace{\text{δ ε χ}}_{\text{δεκαδικό μέρος}}$

Ακέραιο μέρος, **δεκαδικό μέρος**

π.χ **4.512**,**32** [$\underbrace{\text{4 Χιλιάδες 512 κό}}_{\text{ΟΝΟΜΑ}}\underbrace{\text{μμα 32 εκατοστά}}_{\text{ΕΠΙΘΕΤΟ}}$]

ΟΝΟΜΑ **ΕΠΙΘΕΤΟ** [ΠΡΟΣΟΧΗ! ΔΕΝ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΤΟ ΞΕΧΝΑΜΕ!!]

Πώς μετατρέπω έναν δεκαδικό σε δεκαδικό κλάσμα ή αντίστροφα

Για να μετατρέψω έναν ***δεκαδικό αριθμό*** σε ***δεκαδικό κλάσμα***...

1. Γράφω το δεκαδικό χωρίς την υποδιαστολή του στη θέση του αριθμητή.
2. Για παρονομαστή βάζω το 10 αν έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, 100 αν έχει δύο κλπ.

Για να μετατρέψω ένα ***δεκαδικό κλάσμα*** σε ***δεκαδικό αριθμό***…

1. Γράφω τον αριθμό που βρίσκεται στον αριθμητή
2. Χωρίζω από το τέλος του αριθμού και προς τα αριστερά τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα είναι τα μηδενικά του παρονομαστή του κλάσματος.

Πώς μετατρέπω έναν δεκαδικό αριθμό σε μεικτό ή αντίστροφα.

Ένας ***δεκαδικός αριθμός*** για να γίνει ***μεικτός*** θα πρέπει να έχει ακέραιο μέρος και κάνουμε τα εξής:

1. Ακέραιος δεκαδικού → ακέραιος Μεικτού
2. Δεκαδικό μέρος δεκαδικού → αριθμητής Μεικτού
3. Όσα είναι τα ψηφία του δεκαδικού μέρους → τόσα μηδενικά στον παρονομαστή του κλάσματος… σχηματικά.

$$7{,}23 = 7\frac{23}{100}$$

Βάλαμε 100 στον παρονομαστή που έχει 2 μηδενικά, γιατί το δεκαδικό μέρος του δεκαδικού, δηλ. το 23 αποτελείται από 2 ψηφία.

$$5{,}0014 = 5\frac{14}{10000}$$

Μελέτα αυτό το παράδειγμα

Για να μετατρέψουμε έναν ***μεικτό*** σε ***δεκαδικό***, θα πρέπει το κλάσμα του να είναι δεκαδικό (με παρονομαστή 10, 100, 1000 κλπ) και κάνουμε ακριβώς τα αντίθετα. Δηλ.

1. Ακέραιος Μεικτού → ακέραιος δεκαδικού
2. Αριθμητής Μεικτού → δεκαδικό μέρος δεκαδικού αριθμού

Εργασία στον πίνακα

$3\frac{5}{100}=;$ ή $2\frac{2}{x}=2{,}02$ ή $6{,}008=;$ ή $0{,}6=\frac{6}{x}$ $4{,}015=4\frac{15}{x}$ ή $8=\frac{x}{3}$ ή ακόμη και $\frac{x-2}{6}=1$ ή $5=\frac{55+x}{12}$ ή $3\frac{4}{5}=\frac{x}{5}$

Εργασία στην τάξη

ΔΕΚΑΔΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ		ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΚΛΑΣΜΑ
0,9	$\Leftrightarrow$	$\frac{9}{10}$
0,35	$\Leftrightarrow$	$\frac{35}{100}$
0,004	$\Leftrightarrow$	$\frac{4}{1000}$
4,5	$\Leftrightarrow$	$\frac{45}{10}$ ή $4\frac{5}{10}$
236,36	$\Leftrightarrow$	$\frac{23636}{100}$ ή $236\frac{36}{100}$

Εργασία στο σπίτι

ΔΕΚΑΔΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ		ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΚΛΑΣΜΑ
0,6	$\Leftrightarrow$	
	$\Leftrightarrow$	$\frac{35}{1000}$
1,7	$\Leftrightarrow$	
	$\Leftrightarrow$	$\frac{3123}{1000}$ ή
5,012	$\Leftrightarrow$	

	$\Longleftrightarrow$	$72\frac{1}{10}$ ή
62,001	$\Longleftrightarrow$	
	$\Longleftrightarrow$	$\frac{8}{1000}$
1,8	$\Longleftrightarrow$	
	$\Longleftrightarrow$	$\frac{101}{100}$ ή

ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Για να ***στρογγυλοποιήσουμε*** έναν δεκαδικό αριθμό, δεν υπολογίζουμε καθόλου την υποδιαστολή παρά μόνο στο τέλος. Π.χ $\mathbf{12,513} \xrightarrow{\delta}$

Εδώ αναρωτιόμαστε: «***Ποιο είναι το ψηφίο των δεκάτων του αριθμού;***» «***ΤΟ 5***»

«***Πόσα δέκατα έχει συνολικά;***» «***ΕΧΕΙ 125***»

«***Ποιος αριθμός βοηθάει;***» «***ΤΟ 1***»

«***Τι λέει το 1 στο 125;***» «***ΛΕΕΙ ΜΕΙΝΕ***»

Άρα:

1. Γράφουμε το 125…
2. Ο **<u>βοηθός</u>** και **<u>όλα τα υπόλοιπα ψηφία</u>** γίνονται **<u>μηδενικά</u>**… (12500)
3. Τοποθετούμε την υποδιαστολή τρία ψηφία από το τέλος… (12,500)
4. Σβήνουμε από το τέλος τα μηδενικά γιατί δεν χρειάζονται. (12,5ØØ)

Έτσι… $\mathbf{12,513 \xrightarrow{\delta} 12,5}$

Εργασία στο σπίτι

Φ₁ – Να στρογγυλοποιηθούν οι παρακάτω αριθμοί.

8.176.918 $\overset{E}{\rightarrow}$ 599.916 $\overset{X}{\rightarrow}$ 34,58 $\overset{M}{\rightarrow}$

8,166 $\overset{\delta}{\rightarrow}$ 0,952 $\overset{\varepsilon}{\rightarrow}$

Φ2 – Να βρείτε τις τιμές των παρακάτω μεταβλητών.

$4{,}16 = \frac{\chi}{100}$ $\chi =$ $\chi,72 = \frac{372}{100}$ $\chi =$

$0{,}023 = \frac{23}{\chi}$ $\chi =$ $\frac{3268}{10} = \chi\frac{8}{10} = \chi,8$ $\chi =$

Φ3 – Για τολμηρούς

$3{,}08 = \frac{350 - \chi}{100}$ $\chi =$ $\frac{263}{100} = 2\frac{58 + \chi}{100}$ $\chi =$

Εργασία στην τάξη

Φ1 - Να βρείτε έναν αριθμό ανάμεσα στο 0,7 και στο 0,8

1. Προσθέτω ένα μηδέν στο τέλος του κάθε αριθμού, άρα 0,70 και 0,80
2. Διαλέγω έναν αριθμό ανάμεσα σε αυτούς τους δύο, π.χ 0,74

Άρα ανάμεσα στο 0,7 και στο 0,8 υπάρχει το 0,74

Εργασία στο σπίτι

Φ1 – Να βρείτε δύο αριθμούς ανάμεσα στο 5,43 και στο 5,44

Φ2 – Ποιες τιμές μπορούν να πάρουν οι παρακάτω μεταβλητές;

$5{,}36 > \chi{,}36$ ή $\chi =$ ή $\chi =$

$6{,}72 < 6{,}\chi 2$ ή $\chi =$ ή $\chi =$

Φ3 – Βρείτε την τιμή των παρακάτω μεταβλητών

$14{,}36 = \chi\frac{36}{y}$ $\chi =$ $y =$

$\frac{12}{1000} = \chi{,}012$ $\chi =$

$6{,}16 = 6\frac{20-\chi}{100}$ $\chi =$

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΑΚΕΡΑΙΑ ΜΟΝΑΔΑ

Γνήσια

Μικρότερα από την ακ. μονάδα. Ο αριθμητής είναι μικρότερος του παρονομαστή

Π.χ $\frac{3}{4}<1$

Ίσα

Είναι ίσα με την ακ. μονάδα κι έχουν αριθμητή ίσο με παρονομαστή π.χ $\frac{6}{6}=1$

Καταχρηστικά

Είναι μεγαλύτερα της ακ. μονάδας και έχουν αριθμητή μεγαλύτερο του παρονομαστή. Π.χ $\frac{14}{5}>1$

Εργασία στην τάξη

Φ₁ – Να γίνουν ΚΑΘΕΤΑ οι παρακάτω πράξεις

5,167 +12,03 + 9,7 =

0,03 + 0,1 + 0,108 =

9,5 – 4,732 =

18 – 0,957 =

Εργασία στο σπίτι

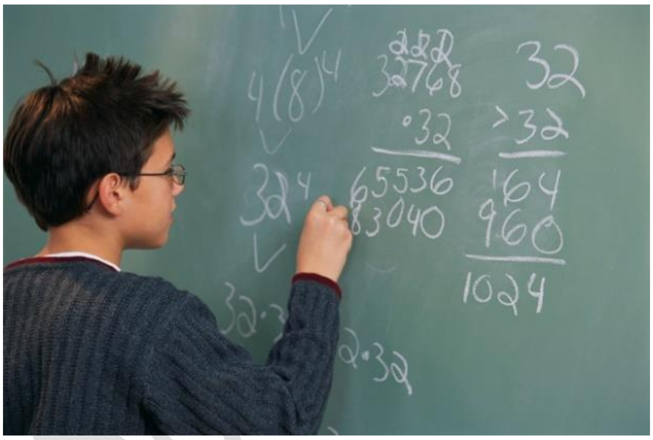
Φ1 – Αφού μελετήσετε την παραπάνω θεωρία να βρείτε την τιμή του χ στις παρακάτω σχέσεις.

$\frac{\chi}{12} < 1$ $\quad\quad\chi =$

$\frac{\chi}{6} = 1$ $\quad\quad\chi =$

$\frac{12-\chi}{8} = 1$ $\quad\quad\chi =$

$\frac{6}{\chi} > 1$ $\quad\quad\chi =$



ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΕ ΤΟ 10, 100, 1000 κλπ

Για να πολλαπλασιάσω έναν αριθμό με το 10, το 100 ή το 1.000, μετακινώ την υποδιαστολή του αριθμού προς τα δεξιά τόσα ψηφία όσα είναι τα μηδενικά. Δηλαδή, ένα για το 10, δύο για το 100, τρία για το 1000 κλπ. Π.χ 3,578 · 10 = 35,78 (Ένα ψηφίο προς τα δεξιά)

Αν δεν υπάρχουν ψηφία, συμπληρώνω με μηδενικά. Π.χ 4,5 · 1000 = 4.500 (Τρία ψηφία προς τα δεξιά, αλλά επειδή έχουμε μόνο ένα, το 5, συμπληρώνω με δύο μηδενικά.)

Εδώ να πούμε ότι και οι ακέραιοι έχουν υποδιαστολή στο τέλος τους. Απλά τη φανταζόμαστε, δεν τη βάζουμε. Δηλαδή το 5 το φανταζόμαστε 5, κλπ. Έτσι, όταν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε για παράδειγμα 67 · 100, φανταζόμαστε 67, · 100. Άρα μετακινώντας την υποδιαστολή δύο ψηφία δεξιά, επειδή δεν έχουμε ψηφία να την περάσουμε, συμπληρώνουμε με μηδενικά. Άρα… 67 · 100 = 6.700.

Η ίδια σκέψη ισχύει και για τη διαίρεση, με τη διαφορά ότι η υποδιαστολή πηγαίνει προς τα αριστερά. Κι εδώ όταν δεν υπάρχουν ψηφία, συμπληρώνουμε με μηδενικά. Δηλαδή… 67,345 : 10 = 6,7345 (Ένα ψηφίο αριστερά)

45,6 : 1000 = 0,0456 (Τρία ψηφία αριστερά, είχαμε δύο, συμπληρώσαμε ένα μηδενικό)

Εργασία στην τάξη

Φ₁ - Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα και πηλίκα, ΧΩΡΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ.

53 · 10 =	743 · 1.000 =	6,542 · 100 =
3,7 · 1.000 =	0,16 · 10.000 =	0,02 · 100 =
0,068 · 10 =	0,0058 · 10 =	7.189 : 100 =
5.100 : 1.000 =	0,56 : 100 =	0,0041 : 10 =

Φ2 – Βρείτε την τιμή των μεταβλητών

6,18 · χ = 61,8	χ =
0,034 · χ = 34	χ =
903 : χ = 0,903	χ =

Εργασία στο σπίτι

Φ₁ – Βρείτε τα παρακάτω γινόμενα και πηλίκα, ΧΩΡΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ.

476 : 10 =	8.512 : 100 =	3.618.950 : 10 =
5.600 · 1.000 =	0,0834 · 100 =	2,47 : 100 =

Φ₂ – Να βρείτε τις τιμές των παρακάτω μεταβλητών.

0,16 : χ = 0,0016	χ =	5,43 · χ = 5.430	χ =
3,14 · χ =	χ =	0,006 · χ = 6	χ =
6.000 : χ = 6	χ=	2.051,6 · χ =	χ =

$Φ_3$ – Να βρείτε την τιμή της κάθε μεταβλητής, καθώς και τι πράξη γίνεται κάθε φορά. Προσοχή στο παράδειγμα: 6,61 χ = 66,1 άρα χ = ·10 (Εδώ λείπει και το σύμβολο της πράξης, οπότε το συμπληρώνουμε εμείς αριστερά από το 10, 100 κλπ).

38,52 χ = 3.852 χ = 38,52 χ = 0,3852 χ =

6.400 χ = 640.000 χ = 8.520 χ = 8,52 χ =

ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ

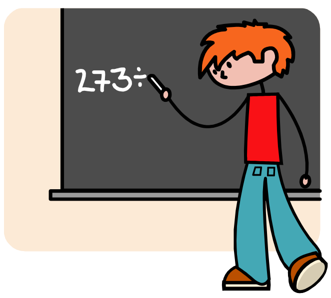
5+3=3+5 → ***Αντιμεταθετική*** ιδιότητα

(5+3)+2=8+2=10 → ***Προσεταιριστική*** ιδιότητα

3 → α' ***προσθετέος***
+2 → β' ***προσθετέος***
5

6+3=9

6+3+0=9 → μηδέν (***ουδέτερο στοιχείο***)



ΑΦΑΙΡΕΣΗ

1 2 → ***Μειωτέος***
- 8 → ***Αφαιρετέος***
4 → ***Υπόλοιπο ή διαφορά***

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

$$\begin{array}{r l} \left.\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 13 \end{array}\right\} & \textit{παράγοντες} \\ \hline \left.\begin{array}{r} 72 \\ +24\ \ \end{array}\right\} & \textit{μερικά γινόμενα} \\ \hline 312 & \textit{Γινόμενο} \end{array}$$

Ισχύει η αντιμεταθετική δηλ. 2·4=4·2

ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Διαιρετέος → 15

Διαιρέτης → 2

$$\begin{array}{r|l} 15 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 7 \end{array}$$

Υπόλοιπο → 1

Πηλίκο → 7

Αντιμεταθετική ιδιότητα: Αν αλλάξουμε τη σειρά των αριθμών, το αποτέλεσμα δεν αλλάζει σε πρόσθεση και πολλαπλασιασμό.

Προσεταιριστική ιδιότητα: Ισχύει και αυτή σε πρόσθεση και πολλαπλασιασμό και <u>για παραπάνω από δύο αριθμούς</u>. Δηλ. προσθέτουμε ή πολλαπλασιάζουμε τους δύο πρώτους αριθμούς, ό,τι βρούμε προσθέτουμε ή πολλαπλασιάζουμε τον $3^{ο}$ αριθμό κλπ.

Μικρή επανάληψη στην τάξη

$Φ_1$ – Να βρεθούν οι τιμές που μπορούν να πάρουν οι παρακάτω μεταβλητές.

17,56 > 17,χ6 ή χ = ή χ =

6,88 > 6,χ8 > 6,38 ή χ =

$5{,}χ88 \xrightarrow{M} 6$ ή χ =

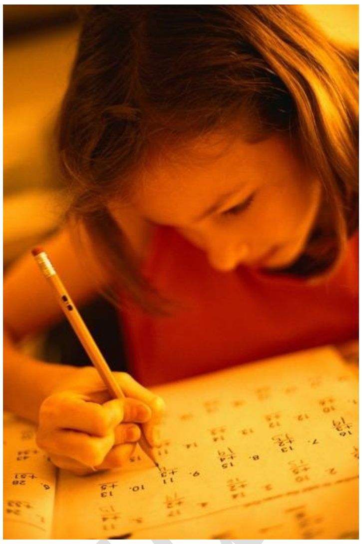
$7{,}6χ5 \xrightarrow{δ} 7{,}6$ ή χ =

$4{,}05 = 4\frac{8-χ}{100}$ χ =

$6{,}01 = \frac{599+\chi}{100}$ χ =

$8{,}12 \cdot \chi = 812$ χ =

$0{,}06 \quad \chi = 0{,}006$ χ =



Εργασία στο σπίτι

Φ₁ – Να γίνουν κάθετα οι παρακάτω πράξεις.

5,48 + 0,196 + 347 =

5.682 : 100 =

18 – 1,94 =

902 · 4,37 =

4,19 · 100 =

723 · 36 =

148 · 3,4 =

Φ₂ – Αγόρασα 4 γόμες με 0,35€ τη μία και 7 μολύβια με 1,36€ το ένα. Τι ρέστα πήρα από ένα εικοσάρικο;

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Αρ. παραστάσεις που παρουσιάζουν ΜΟΝΟ προσθαφαιρέσεις.

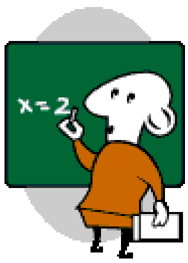
ΠΡΟΣΟΧΗ! ΟΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗ ΣΕΙΡΑ. Δηλαδή:

1. Κάνω την **πρώτη** πράξη που εμφανίζεται στην αριθμητική παράσταση.
2. Γράφω το αποτέλεσμα από κάτω και **ΑΝΤΙΓΡΑΦΩ** δίπλα την υπόλοιπη αριθμητική παράσταση.
3. Αυτό συνεχίζεται μέχρι να καταλήξω σε μια πράξη που θα μου δώσει το ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ της αριθμητικής παράστασης.

Α είναι η ονομασία της

Εργασία στην τάξη

Φ₁ – Να βρεθεί η τιμή της αρ. παράστασης:



Α = $\underbrace{16 + 5}$ - 1 - 3 + 4

Α = $\underbrace{21 – 1}$ – 3 + 4

Α = $\underbrace{20 – 3}$ + 4

Α = $\underbrace{17 + 4}$

Α = 21

Φ₂ – Κάντε το ίδιο για την αριθμητική παράσταση: Β = 35 + 2 + (**12 – 7**) – 1

Αν η αρ. παράσταση περιέχει παρένθεση, προηγείται!

Β = 35 + 2 + **5** – 1

Β = 37 + 5 – 1

Β = 42 – 1

Β = 41

Κι εδώ οι πράξεις με τη σειρά, όπως

Φ₃ – Να βρεθούν οι τιμές των αρ. παραστάσεων:

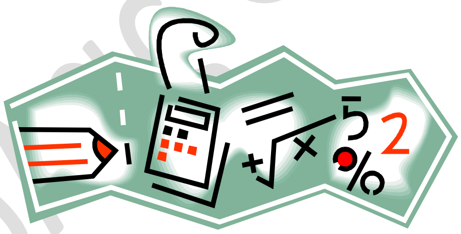
Γ = (5 + 2) – (3 – 1) + (2 – 1)   Δ = (4 + 5 – 2 – 1) + 6 + (3 – 2)

Εργασία στο σπίτι

Φ – Να βρεθούν οι τιμές των αρ. παραστάσεων:

Α = 34,75 + 0,59 – 7,6 + 12   Β = 120 + (5,32 – 0,7) – 12,934

Γ = (34.726 – 5.208) + (736.908 – 87.025)   Δ = 3,5 – (0,06 + 2) + 5,286 – 6,726



Αρ. Παραστάσεις που παρουσιάζουν προσθέσεις, αφαιρέσεις και πολλαπλασιασμούς.

Εδώ τα βήματα αλλάζουν, δηλαδή:

4. Προηγούνται οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις. (ΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ)
5. Κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς
6. Και τέλος, οι προσθαφαιρέσεις <u>**ΜΕ ΤΗ ΣΕΙΡΑ**</u>.

Εργασία στην τάξη

Φ₁ – Να βρεθεί η τιμή της αρ. παράστασης:

$A = 4 + \mathbf{3 \cdot 2} - 5$ [Δεν έχουμε παρενθέσεις, έχουμε όμως πολλαπλασιασμό]

$A = \mathbf{4 + 6} - 5$ [Το 6 είναι το γινόμενο $3 \cdot 2$]

$A = 10 - 5$

$A = 5$

Φ₂ – Το ίδιο με τις αρ. παραστάσεις:

$B = 6{,}2 + 5{,}12 \cdot 3 - (0{,}14 - 0{,}06)$ [Εδώ έχουμε παρένθεση και πολλαπλασιασμό]

$\Gamma = 7 + 3 \cdot 2 \cdot 5 - 1 + (7 - 2) - (5 - 4) + 7 \cdot 3 - (5 + 1)$

Εργασία στο σπίτι

Φ₁ – Να βρεθούν οι τιμές των παρακάτω αρ. παραστάσεων.

$K = 6{,}35\ 0{,}7 \cdot 5 - 0{,}08 \cdot 6 + 7$

$\Lambda = 180 - 18 \cdot 7 + 3 \cdot (12 - 7) - 9$

$M = 39{,}085 - 2{,}34 \cdot 0{,}8 + (5{,}11 - 2) + 4$

Φ₂ – Ας θυμηθούμε να λύνουμε διαιρέσεις… Θα μας χρειαστεί!!! Οι παρακάτω είναι ΟΛΕΣ ΤΕΛΕΙΕΣ.

16.142 : 7	850 : 25	224.288 : 652
480.464 : 8	11.999 : 71	137.668 : 508
155.178 : 6	243.644 : 68	4.169.120 : 734

(Διαιρετέος) 1 5	2 (διαιρέτης)
1 (Υπόλοιπο)	7 (Πηλίκο)

ΠΩΣ ΣΥΝΕΧΙΖΟΥΜΕ ΜΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΑΤΕΛΗΣ

ΑΠΛΑ…

1. ***Συμπληρώνουμε ένα μηδενικό στο τέλος του υπολοίπου…***
2. ***…βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο…***
3. ***…και συνεχίζουμε. Αν έχουμε πάλι υπόλοιπο…***
   - ***3.1. Συμπληρώνουμε πάλι μηδενικό στο τέλος του νέου υπολοίπου…***
   - ***3.2. …και συνεχίζουμε.***

Όμως… τι είναι αυτό το μηδενικό που συμπληρώνουμε;

Κοιτάξτε το παρακάτω παράδειγμα. Ένα συνοπτικό κι ένα αναλυτικό.

Μην ξεχνάμε ότι ΚΑΘΕ ακέραιος γράφεται όπως γνωρίζουμε, π.χ 65, πρέπει όμως να τον σκεφτόμαστε και 65,00.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΟ

```
436296 |525
       |------
  1629 | 831,04
   0546|
    02100
       000
```

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ

```
436296,00 |525
          |------
  1629    | 831,04
   0546   |
    02100
```

Εργασία στην τάξη

Φ₁ – Ας εξασκηθούμε και στην τάξη. Οι παρακάτω διαιρέσεις, αν συνεχιστούν με τον τρόπο που είπαμε, είναι ΤΕΛΕΙΕΣ. Τελειώστε τις, λοιπόν!

14.331 : 6 = 225 : 4 = 4.332 : 8 =

514.083 : 75 = 67.405 : 68 = 10.938 : 12 =

Δηλαδή, τα μηδενικά που συμπληρώνουμε στο τέλος του υπολοίπου για να συνεχίσουμε είναι τα μηδενικά που υπάρχουν στο τέλος του ΚΑΘΕ ακεραίου μετά την υποδιαστολή του.

Εργασία στο σπίτι

Φ₁ – Να λυθούν οι παρακάτω διαιρέσεις. Αν είναι ατελείς, να συνεχιστούν μέχρι και τα χιλιοστά.

948 : 632 = 436.296 : 525 = 38.610 : 180 =

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Εδώ πρέπει να θυμηθούμε τα εξής:

1. Δε χρειάζεται να είναι η μία υποδιαστολή κάτω από την άλλη, όπως στην πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών.

Π.χ

```
    3 , 1 9            2 5 , 4 0
+ 2 5 , 4 0          - 3 , 1 9
-----------          ---------
  2 8 , 5 9          2 2 , 2 1
```

Επίσης καλό είναι σ’ αυτές τις 2 πράξεις να συμπληρώνουμε μηδενικά στο δεκαδικό μέρος για να μην κάνουμε κάποιο λάθος. Π.χ

Οριζόντια: 4,56 + 1238 + 0,5 + 123,567 & 280,6 - 36,508

Κάθετα:

```
      4 , 5 6 0
  1 2 3 8 , 0 0 0
+       0 , 5 0 0
    1 2 3 , 5 6 7
-----------------
  1 3 6 6 , 6 2 7
```

Τα χρωματιστά μηδενικά τα συμπληρώσαμε για να έχουμε σε όλους τους προσθετέους τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων κι έτσι να μην κινδυνεύουμε να κάνουμε λάθος.

```
  2 8 0 , 6 0 0
-   3 6 , 5 0 8
---------------
  2 4 4 , 0 9 2
```

2. Κάνουμε τον πολλαπλασιασμό, χωρίς να υπολογίσουμε ΚΑΘΟΛΟΥ τις υποδιαστολές.

Π.χ-1

```
     3 , 1 9
 X 2 5 , 4      έχουμε 3 δεκαδικά ψηφία ΚΑΙ ΣΤΟΥΣ ΔΥΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ
 ---------
   1 2 7 6
 1 2 9 5
+6 3 8
 ---------
 7 8, 0 2 6
```

χωρίζουμε 3 δεκαδικά ψηφία αρχίζοντας ΑΠΟ ΤΟ ΤΕΛΟΣ του γινομένου

Π.χ-2

```
   0 , 0 2 5      3 δεκαδικά
 X   0 , 0 6      2 δεκαδικά
 -----------
 0 , 0 0 1 5 0    5 δεκαδικά χωρίσαμε συμπληρώνοντας και μηδενικά.
```

Στο γινόμενο που θα βρούμε μετράμε από το τέλος προς τα αριστερά, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα έχουν ΣΥΝΟΛΙΚΑ και οι δύο παράγοντες του γινομένου (όπως φαίνεται καθαρά στο παραπάνω παράδειγμα)..

$Φ_2$ – Να λυθούν οι παρακάτω πολλαπλασιασμοί.

5,17 · 0,36 = 0,19 · 0,08 = 35,9 · 1,07 =

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΜΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

1. ***Σε μια αριθμητική παράσταση που έχουμε όλα τα φαινόμενα, η σειρά των ενεργειών μας πρέπει να είναι ΑΥΣΤΗΡΑ η εξής:***
2. ***Προηγούνται οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.***
3. ***Οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται.***
4. ***Οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται.***
5. ***Αν έχουμε σύνδεση πολλών αριθμητικών παραστάσεων, ΠΡΟΣΟΧΗ τις πράξεις, σκεφτόμαστε καλά και κάνουμε τις παραστάσεις ΜΕ ΤΗ ΣΕΙΡΑ που μας δίνονται.***

Εργασία στην τάξη

$Φ_1$ – Να βρεθεί η τιμή Λ.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Αν} & Α = 16 + 52 \cdot 39 - 504 : 9 + 6 \cdot (12 - 5) \\ & Β = 3 \cdot (7 - 2) + 6 \\ \text{Και} & Κ = Α + Β \end{array}\right\} \text{βρείτε: } Λ = 3 \cdot Κ - 12$$

Εργασία στο σπίτι

$Φ_1$ – Να βρεθεί η τιμή Κ.

Αν Α = 43,16 + 0,52 · 0,6 – 0,7 · (6,72 + 0,012)

Β = 4 · Α

Βρείτε Κ = 7 · (Α + 5 · Β)

ΠΡΟΣΟΧΗ! Αν μέσα σε μια παρένθεση υπάρχουν πολλές πράξεις στη σειρά, ακολουθούμε κι εδώ την *ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑ των πράξεων.*

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟ

Κάνουμε τη διαίρεση κανονικά, προσέχοντας μόνο το εξής σημείο της διαδικασίας:

Μόλις κατεβάσουμε το πρώτο δεκαδικό ψηφίο (1), πρέπει να βάλουμε υποδιαστολή στο πηλίκο (2).

```
Π.χ   5 3 6 , 7 2 | 4
                  |---------
      1 3         | 1 3 4 , 1 8
        1 6   (1) |       (2)
          0  7    |
            3 2   |
              0   |
```

Εργασία στην τάξη

Φ – Να λυθούν οι παρακάτω διαιρέσεις

16,37 : 25 = 7,525 : 25 = 0,3750 : 512 =

Εργασία στο σπίτι

Φ1 – Να λυθούν οι παρακάτω διαιρέσεις.

478,36 : 7 = 6.125,53 : 24 = 9,7852 : 3 =

36,9 : 17 =

Φ2 – Να δείξετε ότι η τιμή της παρακάτω αρ. παράστασης είναι μηδέν (0)

Α = 512 – 102,8 : 8 + 3 (6 – 0,16) – 516,67

Στην παραπάνω παράσταση βλέπουμε ότι ανάμεσα στο 3 και την παρένθεση δεν υπάρχει σύμβολο πράξης. Σε αυτή την περίπτωση εννοείται μόνο ο πολλαπλασιασμός και καμία άλλη πράξη. Ο πολλαπλασιασμός εννοείται ΜΟΝΟ:

1. ***Ανάμεσα σε μεταβλητές***
2. ***Ανάμεσα σε μεταβλητή και παρένθεση***
3. ***Ανάμεσα σε αριθμό και παρένθεση (όπως παραπάνω)***

Εργασία στην τάξη

Φ - Να λυθούν οι παρακάτω διαιρέσεις. Αν αφήνουν υπόλοιπο, να συνεχιστούν μέχρι τα χιλιοστά:

542,3 : 58 = 868,16 : 8 = 42.003 : 60 =

337,896 : 896 = 3,599 : 61 = 898,2 : 1497 =

1.302,72 : 708 = 0,315 : 63 = 3.838,807 : 7 =

Εργασία στο σπίτι

Φ – Λύστε την παρακάτω άσκηση.

Αν A = 0,87 : 5 + 1687,2 : 38 – 0,574

B = 3,5 · (2 – 1,08) – 0,88 : (6,5 – 2,5) + 41

Να δείξετε ότι: A = B

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΔΙΑΙΡΕΤΗ

ΔΕ ΓΙΝΕΤΑΙ:

Πρέπει να μετατρέψουμε το δεκαδικό διαιρέτη σε ακέραιο, πολλαπλασιάζοντάς τον ανάλογα με τα δεκαδικά του ψηφία, δηλ. ·10 αν έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, ·100 αν έχει δύο, ·1000 αν έχει τρία κλπ. ***ΤΟ ΙΔΙΟ ΑΚΡΙΒΩΣ ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΩ ΚΑΙ ΣΤΟ ΔΙΑΙΡΕΤΕΟ***.

Μελετάμε τα παρακάτω παραδείγματα και συνεχίζουμε ανάλογα.

ΑΡΧΙΚΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ	ΠΩΣ ΤΗ ΜΕΤΑΤΡΕΠΟΥΜΕ	ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΓΙΑ ΛΥΣΗ
576,94 : 3,7	(576,94 · 10) : (3,7 · 10)	5769,4 : 37
6293 : 5,68	(6293·100) : (5,68·100)	629300 : 568
0,796 : 0,05	(0,796·100) : (0,05·100)	79,6 : 5

Εργασία στο σπίτι

Φ - Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τον ίδιο τρόπο.

ΑΡΧΙΚΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗ	ΠΩΣ ΤΗ ΜΕΤΑΤΡΕΠΟΥΜΕ	ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΓΙΑ ΛΥΣΗ
1652 : 7,36		
9 : 0,854		
0,016 : 0,8		
5,6 : 0,971		
0,008 : 0,4		
648 : 3,2		
571,7 : 9,4		
6,378 : 5,3		

ΠΡΟΕΛΕΥΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ενώ όλοι οι ακέραιοι αριθμοί προέρχονται από την επανάληψη της ακέραιης μονάδας (1), οι κλασματικοί αριθμοί προέρχονται από διαφορετικές κλασματικές μονάδες. Η ακέραια μονάδα έχει μία και μοναδική αξία. Οι κλασματικές μονάδες έχουν διαφορετική αξία μεταξύ τους.

Π.χ -1 Προέλευση ακέραιων αριθμών

Το 7 προέρχεται από την επανάληψη της ακεραίας μονάδας (1) 7 φορές.

Το 145 προέρχεται από την επανάληψη της ακεραίας μονάδας (1) 145 φορές.

Το 38 προέρχεται από την επανάληψη της ακεραίας μονάδας (1) 38 φορές.

Και οι τρεις αριθμοί προέρχονται από διαφορετικές επαναλήψεις, της ΙΔΙΑΣ ΑΚΕΡΑΙΑΣ ΜΟΝΑΔΑΣ.

Π.Χ-2 Προέλευση κλασματικών αριθμών

Τα $\frac{3}{15}$ προέρχονται από την επανάληψη της κλασματικής μονάδας $\frac{1}{15}$, 3 φορές.

Τα $\frac{8}{26}$ προέρχονται από την επανάληψη της κλασματικής μονάδας $\frac{1}{26}$, 8 φορές.

Τα $\frac{5}{6}$ προέρχονται από την επανάληψη της κλασματικής μονάδας $\frac{1}{6}$, 5 φορές.

Και οι τρεις κλασματικοί αριθμοί προέρχονται από την επανάληψη διαφορετικών κλασματικών μονάδων, με διαφορετική αξία μεταξύ τους. Συγκεκριμένα… $\frac{1}{6} > \frac{1}{15} > \frac{1}{26}$

ΠΡΟΣΕΞΤΕ ΛΟΙΠΟΝ ΤΙΣ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΓΕΝΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

$\frac{1}{\chi}$ είναι ***κλασματική μονάδα***. Έχει ΠΑΝΤΑ τη μονάδα ως αριθμητή. Π.χ $\frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{38}, \frac{1}{4}$ κλπ.

$\frac{\chi}{y}$ είναι ***κλασματικός αριθμός***. Π.χ $\frac{5}{12}, \frac{6}{18}, \frac{2}{3}, \frac{4}{25}$ κλπ.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ

Όλοι καταλαβαίνουμε ότι σε όσο πιο πολλά ίσα μέρη χωρίζουμε μια ακεραία μονάδα, τόσο πιο μικρό γίνεται το κάθε κομμάτι. Άλλο να χωρίσω μια πίτσα σε 4 ίσα μέρη και να φάω το 1 και άλλο σε 10 ίσα μέρη και να φάω πάλι το 1. Άρα, $\frac{1}{4} > \frac{1}{10}$. Από τη σύγκριση αυτή, βγαίνει και το συμπέρασμα ότι αν έχουμε να συγκρίνουμε κλασματικές μονάδες, ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ είναι αυτή με το ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ παρονομαστή. Δηλαδή, $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ κλπ.

Το ίδιο ισχύει όταν έχουμε να συγκρίνουμε κλάσματα που έχουν ίδιο αριθμητή. Δηλαδή πάντα παίρνουμε τον ίδιο αριθμό ίσων κομματιών από μια πίτσα, αλλά αλλάζουν τα ίσα μέρη που τη χωρίζουμε. Δηλαδή: $\frac{3}{5} > \frac{3}{6} > \frac{3}{7} > \frac{3}{8}$ κλπ.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ (ΕΝΝΟΕΙΤΑΙ…) ΣΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Συγκρίνουμε τα ακέραια μέρη. Δηλαδή: **4**,3587 < **5**,1. Μόνο αν τα ακέραια μέρη είναι ίσα τότε συγκρίνουμε τα δεκαδικά μέρη και πάμε στο 2ο βήμα.
2. Για να είμαστε σίγουροι ότι κάνουμε σωστή σύγκριση στα δεκαδικά ψηφία…
   2.1. Μετράμε τα δεκαδικά ψηφία του αριθμού με τα περισσότερα απ' αυτά.
   2.2. Συμπληρώνουμε με μηδενικά τους υπόλοιπους αριθμούς ώστε ΟΛΟΙ να έχουν τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων με αυτόν που έχει τα περισσότερα.
   2.3. Συγκρίνουμε τα δεκαδικά μέρη και προχωράμε…

   Π.χ Να συγκριθούν οι αριθμοί… 3,45 – 3,011 – 3 – 3,4582

   Βλέπουμε ότι ο 3,4582 έχει τα περισσότερα δεκαδικά ψηφία, συγκεκριμένα τέσσερα.

Συμπληρώνουμε τους υπόλοιπους αριθμούς με μηδενικά ώστε όλοι να έχουν 4 δεκαδικά ψηφία. Δηλαδή: 3,4500 – 3,0110 – 3,0000 – 3,4582.

Συγκρίνουμε τα δεκαδικά μέρη και καταλήγουμε ότι: 3,000 < 3,0110 < 3,4500 < 3,4582.

Άρα οι αριθμοί που μας έδωσαν μπαίνουν στην εξής σειρά: 3 < 3,011 < 3,45 < 3,4582.

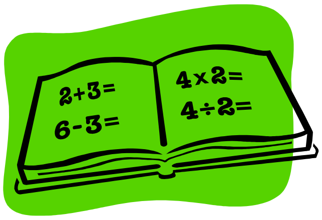
Εργασία στην τάξη

Φ – Να συγκριθούν τα παρακάτω ζευγάρια δεκαδικών αριθμών.

6,74 6,7 0,05 0,038 4,7 4,85928 0,07 0,7

ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Αν έχουν **<u>ίσους αριθμητές</u>**, ***ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ*** είναι εκείνο που έχει το ***ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ*** παρονομαστή. (και το αντίθετο). Π.χ $\frac{4}{18} < \frac{4}{5}$ (ετερώνυμα = διαφορετικοί παρονομαστές)
2. Αν έχουν **<u>ίσους παρονομαστές</u>**, ***ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ*** είναι εκείνο με το ***ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ*** αριθμητή. Π.χ $\frac{6}{25} < \frac{8}{25}$ (ομώνυμα = ίσοι παρονομαστές)
3. Αν δεν έχουν τίποτα ίσο, τότε τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα για να τα συγκρίνουμε. Για να γίνει αυτό… περιμένουμε λίγο ακόμη*.



ΠΩΣ ΑΛΛΑΖΩ ΤΗΝ ΑΞΙΑ ΕΝΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ

Για να το μεγαλώσω…

Ή πολλαπλασιάζω τον αριθμητή του ή διαιρώ τον παρονομαστή του ανάλογα με το πόσο θέλω να το μεταβάλλω. Π.χ Το κλάσμα $\frac{8}{12}$ για να του τριπλασιάσω την αξία, ή θα του πολλαπλασιάσω επί 3 τον αριθμητή, δηλ να γίνει $\frac{8}{12} \blacktriangleright \frac{3\cdot 8}{12} \blacktriangleright \frac{24}{12}$ ή θα του διαιρέσω τον παρονομαστή δια 3, δηλ. $\frac{8}{12} \blacktriangleright \frac{8}{12:3} \blacktriangleright \frac{8}{4}$

Για να το μικρύνω…

Κάνω το αντίθετο, δηλαδή ή διαιρώ τον αριθμητή του ανάλογα, ή πολλαπλασιάζω τον παρονομαστή του. Π.χ

Το κλάσμα $\frac{8}{12}$. Για να το κάνω 4 φορές μικρότερο ή θα διαιρέσω τον αριθμητή του με το 4, ή θα πολλαπλασιάσω τον παρονομαστή του με το 4.

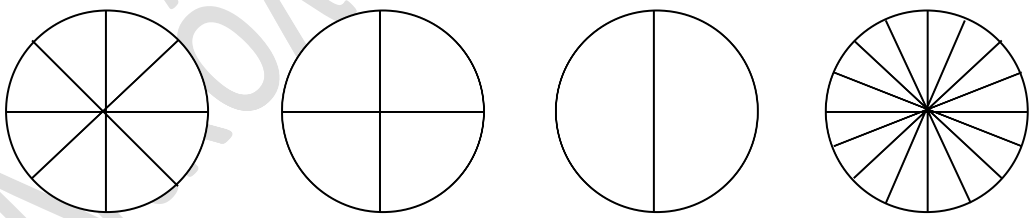
Να θυμάστε ότι για να μετατρέψετε την αξία ενός κλάσματος «πειράζοντας» τον αριθμητή του, θα σκέφτεστε λογικά, δηλαδή, για να το μεγαλώσετε θα κάνετε πολλαπλασιασμό και για να το μικρύνετε, θα κάνετε διαίρεση (γιατί όσο πιο πολλά κομμάτια παίρνετε τόσο μεγαλύτερη αξία έχει το κλάσμα). Αν θέλετε να πειράξετε τον παρονομαστή, θα σκέφτεστε ότι ***Ο ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗΣ ΣΚΕΦΤΕΤΑΙ ΠΑΝΤΑ ΑΝΑΠΟΔΑ***, και θα κάνετε τα αντίθετα. Δηλαδή, για να μεγαλώσετε το κλάσμα θα διαιρείτε τον παρονομαστή (γιατί σε όσο λιγότερα μέρη χωρίζουμε μια ακ. Μονάδα, τόσο πιο μεγάλο είναι το κάθε κομμάτι) και για να το μικρύνετε θα πολλαπλασιάζετε τον παρονομαστή.

ΠΡΟΣΟΧΗ ΤΩΡΑ!!!

Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, το κλάσμα που θα δημιουργήσουμε θα έχει την ίδια αξία με το πρώτο, δηλαδή θα είναι ***ισοδύναμο***. Π.χ $\frac{4}{7}=\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{12}{21}$ και αυτό γιατί πολλαπλασιάζοντας τον αριθμητή με κάποιον αριθμό, μεγαλώνει η αξία του κλάσματος. Ταυτόχρονα όμως του πολλαπλασιάζουμε με τον ίδιο αριθμό και τον παρονομαστή του κι έτσι το μικραίνουμε. Άρα το κάνουμε ίδιας αξίας.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Ας φανταστούμε ότι ο ο δάσκαλός σας, ο Νικόλας, η Ιωάννα και ο Χρήστος τρώνε μέρος μίας pizza arabiata, ως εξής: (σχεδιάστε ό,τι εκφράζει το κάθε αντίστοιχο κλάσμα):



ΔΑΣΚΑΛΟΣ	ΝΙΚΟΛΑΣ	ΙΩΑΝΝΑ	ΧΡΗΣΤΟΣ
$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{16}$

Τι παρατηρούμε; [……]

1. Άρα λοιπόν μπορεί να υπάρχουν κλάσματα που φαίνονται ανόμοια, αλλά εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας ακέραιης μονάδας. Αυτά τα κλάσματα λέγονται ***ισοδύναμα***.

ΠΩΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΜΕ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

1. Πολλαπλασιάζοντας τους όρους του κλάσματος με τον ΙΔΙΟ αριθμό.
   Π.χ $\frac{6}{15}$ $(\cdot 3\ τον\ αριθμητή,\ \cdot 3\ τον\ παρονομαστή)$ $\frac{18}{45}$
   Όπως είπαμε και παραπάνω, αυτό έχει την εξής λογική: Τριπλασιάζοντας τον αριθμητή, το κλάσμα γίνεται τρεις φορές μεγαλύτερο σε αξία. Όταν μετά τριπλασιάσουμε τον παρονομαστή, το κλάσμα γίνεται τρεις φορές μικρότερο σε αξία, άρα επανέρχεται στην αρχική του αξία. Άρα το πρώτο κλάσμα είναι ισοδύναμο, δηλαδή έχει ίδια αξία, με το πρώτο.
2. Διαιρώντας τους όρους του κλάσματος με τον ΙΔΙΟ αριθμό.
   Π.χ $\frac{45}{54}$ $(:9\ τον\ αριθμητή,:\ 9\ τον\ παρονομαστή)$ $\frac{5}{6}$
   Κι εδώ η λογική είναι η αντίστροφη.
3. Επειδή όμως εδώ, με τη διαίρεση οι όροι του κλάσματος μικραίνουν, δηλαδή γίνονται πιο απλοί, γι’ αυτό και η συγκεκριμένη διαδικασία λέγεται ***ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ***.

ΠΩΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΟΥΜΕ ΣΕΙΡΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Πολλαπλασιάζουμε τους όρους του αρχικού κλάσματος με το 2, μετά τους όρους ΠΑΛΙ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ με το 3, ύστερα ΠΑΛΙ ΤΟΥΣ ΟΡΟΥΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ με το 4 κλπ. Δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι για να είναι ΣΕΙΡΑ ισοδύναμων κλασμάτων πρέπει ΟΛΑ να προέρχονται από το ***ΑΡΧΙΚΟ ΚΛΑΣΜΑ***.

Π.χ Να δημιουργηθεί σειρά τεσσάρων ισοδύναμων κλασμάτων του $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}$ [Ελέγξτε αν τα κλάσματα δημιουργήθηκαν σύμφωνα με τον παραπάνω κανόνα]

ΠΩΣ ΔΙΑΠΙΣΤΩΝΟΥΜΕ ΟΤΙ ΔΥΟ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

1. Θα πρέπει οι όροι του β’ κλάσματος να έχουν προέλθει από πολλαπλασιασμό των όρων του α’ κλάσματος ***ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ***.
   Π.χ $\frac{6}{15}=\frac{12}{30}$ γιατί το 12 προήλθε από το 6**·2** και το 30 προήλθε από το 15**·2**.
2. Ή θα πρέπει οι όροι του β’ κλάσματος να προέρχονται από διαίρεση των όρων του α’ κλάσματος ***ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ***.
   Π.χ $\frac{12}{30}=\frac{6}{15}$ γιατί το 6 προήλθε από το 12**:2** και το 15 προήλθε από το 30**:2**.
3. Αν το γινόμενο των άκρων όρων, είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων.
   Π.χ $\frac{6}{7}=\frac{24}{28}$ για να είναι ισοδύναμα θα πρέπει να ισχύει: 6·28=7·24
4. Σε μια ισοδυναμία κλασμάτων π.χ $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ οι α,δ όροι λέγονται ***άκροι*** και οι β,γ ***μέσοι***.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΕΝΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ

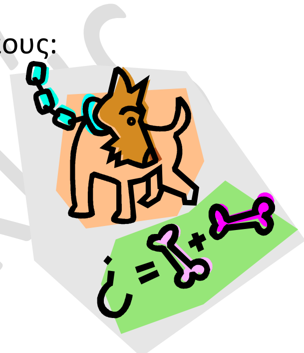
Πολλαπλάσια ενός αριθμού χ λέγονται οι αριθμοί που βρίσκουμε, αν πολλαπλασιάσουμε τον χ με το 1, με το 2, κλπ. Π.χ Τα πολλαπλάσια του 3 ($Π_3$) είναι τα εξής:

$Π_3$ = **3**, **6**, **9**, **12**, **15** κλπ Πώς τα βρήκα; Είπα: 1·3=**3**, 2·3=**6**, 3·3=**9**, 4·3=**12** κλπ

Ένας αριθμός έχει άπειρα πολλαπλάσια.

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ ΑΡΙΘΜΩΝ (Ε.Κ.Π)

Για να βρω το ***Ε.Κ.Π*** κάποιων αριθμών εργάζομαι με τρεις (3) τρόπους:



1. **ΑΝΑΠΟΔΑ**. Δηλαδή:
   1.1. Βρίσκω τα πολλαπλάσια των αριθμών.
   1.2. Εντοπίζω τα κοινά τους πολλαπλάσια και…
   1.3. Κυκλώνω το μικρότερο από αυτά (το ελάχιστο δηλαδή).

Ας κάνουμε ένα παράδειγμα: Ας βρούμε το $Ε.Κ.Π_{(3,\,4)}$

$Π_3$ = 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, **36** κλπ

$Π_4$ = 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44 κλπ

Με έντονο μπλε χρώμα είναι τα κοινά και το μεγαλύτερο σε μέγεθος είναι το μικρότερο από αυτά. Άρα, $Ε.Κ.Π_{(3,\,4)}$ = 12.

***Αν** λοιπόν (με βάση τις συγκρίσεις που κάναμε στα κλάσματα) θέλουμε να συγκρίνουμε τα κλάσματα $\frac{2}{3}$ και $\frac{1}{4}$ που δεν έχουν τίποτα ίδιο για σύγκριση…

- Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π των παρονομαστών τους. (Αυτό που κάναμε παραπάνω.)
- Διαιρούμε το Ε.Κ.Π με τον παρονομαστή κάθε κλάσματος και το πηλίκο το βάζουμε ***καπελάκι*** στο κλάσμα. Δηλαδή: $\frac{\overbrace{2}^{4}}{3}\ \frac{\overbrace{1}^{3}}{4}$ ***ΚΑΠΕΛΑΚΙ = Ε.Κ.Π : παρονομαστής***, άρα:

  4 = 12 : 3 και 3 = 12 : 4

- Πολλαπλασιάζουμε ***καπελάκι · αριθμητή*** και το γινόμενο το βάζουμε αριθμητή και πολλαπλασιάζουμε το καπελάκι με τον παρονομαστή και το γινόμενο το βάζουμε παρονομαστή στο νέο κλάσμα. Αυτό το κάνουμε και στα δύο κλάσματα. Δηλαδή: $\frac{\overbrace{2}^{4}}{3}\ \frac{\overbrace{1}^{3}}{4} \rightarrow \frac{8}{12}\ \frac{3}{12}$. Εδώ να πούμε ότι το $\frac{2}{3}$ είναι κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{8}{12}$ και το $\frac{1}{4}$ είναι ισοδύναμο με το $\frac{3}{12}$. Συγκρίνουμε τα ομώνυμα κλάσματα που βρήκαμε και καταλήγουμε ότι: $\frac{8}{12} > \frac{3}{12}$, άρα θα είναι… $\frac{2}{3} > \frac{1}{4}$.

Εργασία στο σπίτι

Φ – Να συγκριθούν: $\frac{3}{6}$ με $\frac{1}{4}$ και $\frac{7}{8}$ με $\frac{3}{10}$ σύμφωνα με τα παραπάνω.

---

2. Ελέγχουμε αν ο μεγαλύτερος αριθμός είναι πολλαπλάσιο ΟΛΩΝ των υπολοίπων. Αν είναι, τότε αυτός είναι το Ε.Κ.Π. Ας κάνουμε παράδειγμα με ***ετερώνυμα*** κλάσματα, που θέλουμε να τα κάνουμε ***ομώνυμα***: $\frac{6}{3}\ \frac{1}{12}\ \frac{3}{4}$. Σύμφωνα με τις παραπάνω οδηγίες, χρειαζόμαστε το Ε.Κ.Π$_{(3,12,4)}$ Βλέπουμε ότι ο μεγαλύτερος (12) είναι πολλαπλάσιο και του 3 και του 4. Δηλαδή Π$_4$ = 12 αλλά και Π$_3$ = 12. Άρα θα είναι: ***Ε.Κ.Π(3,12,4) = 12***.
   Με το ίδιο σκεπτικό Ε.Κ.Π$_{(6,12)}$ = 12, γιατί το 12 είναι πολλαπλάσιο του 6.
3. Αν οι αριθμοί απέχουν κατά μία μονάδα μεταξύ τους, τότε το Ε.Κ.Π τους, είναι το γινόμενό τους. Π.χ Ε.Κ.Π$_{(7,8)}$=56
4. Αν οι αριθμοί είναι πρώτοι, τότε πάλι το Ε.Κ.Π τους είναι το γινόμενό τους. Π.χ Ε.Κ.Π$_{(3,7)}$=21 ή Ε.Κ.Π$_{(2,3,5)}$=30 κλπ. (Σύντομα θα μάθουμε ποιοι είναι οι πρώτοι αριθμοί)
5. Αν δεν ισχύει και το 2^{ο} βήμα αλλά ούτε και τα «κόλπα» των βημάτων 3 και 4, τότε…
   5.1. Διπλασιάζω το μεγαλύτερο αριθμό και ελέγχω μήπως αυτός είναι πολλαπλάσιο των υπολοίπων, άρα και Ε.Κ.Π.
   Π.χ Να γίνουν ομώνυμα τα κλάσματα: $\frac{3}{4},\frac{1}{5},\frac{6}{10}$. Χρειαζόμαστε Ε.Κ.Π$_{(4,5,10)}$. Σκεφτόμαστε:
   «Το 10 είναι πολλαπλάσιο του 4 ΚΑΙ του 5;» → «ΟΧΙ»
   Διπλασιάζω το 10!
   «Το 20 είναι πολλαπλάσιο του 4 και του 5;» → «ΝΑΙ»
   ΑΡΑ Ε.Κ.Π$_{(4,5,10)}$=20

Εργασία στην τάξη

Φ – Να βρεθούν τα παρακάτω Ε.Κ.Π χωρίς πράξεις με βάση τα παραπάνω βήματα.

Ε.Κ.Π$_{(6,12,36)}$=   Ε.Κ.Π$_{(2,7,14)}$=   Ε.Κ.Π$_{(5,12,60)}$=

Ε.Κ.Π$_{(9,3,27)}$=   Ε.Κ.Π$_{(7,8)}$=   Ε.Κ.Π$_{(11,12)}$=

ΠΡΑΞΕΙΣ… ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

Πρόσθεση: π.χ   132 + 427 =

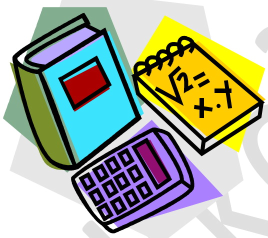
100+400=500+30=530+2
0=550+7=557+2=**559**

258-100=158-30=128 - 6=**122**

Αφαίρεση: π.χ   258 – 136 =

3· 60=180
180 + 12 =
192

Πολλαπλασιασμός: π.χ   64 · 3 =



4 · 400 = 1.600
4 · 50 = 200
4 · 8 = 32
1600+200+32 =**1832**

Π.χ: 458 · 4 =

Εργασία στην τάξη (προφορικά)

57 · 6 =	63 · 7 =	94 · 6 =	32 · 5 =	74 · 8 =	46 · 3 =	
57 · 4 =	135 · 3 =	186 · 4 =	205 · 8 =	18 · 5 =	24 · 2 =	345 · 3 =
34 · 3 =	77 · 8 =	95 · 6 =	69 · 7 =	56 · 8 =	154 · 2 =	484 · 4 =

ΕΙΔΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

Οι αριθμοί είναι πολλών ειδών. Ας δούμε μερικά…

ΑΡΙΘΜΟΙ

Άρτιοι (ζυγοί): 2, -6 …

Περιττοί (μονοί): -1, 5 …

Συγκεκριμένοι: 4 αχλάδια

Αφηρημένοι: 4

Ομοειδείς: 5 μήλα, 7 μήλα

Ετεροειδείς: 3 μήλα, 2 ζώα

Ακέραιοι (125, 5, -6 …)

Δεκαδικοί (7,6 , -3,08)

Κλασματικοί ($\frac{3}{7}$, $-\frac{8}{12}$)

Συμμιγείς (5m 7dm)

Πρώτοι:

Λέγονται οι αριθμοί που διαιρούνται ***ΜΟΝΟ*** με τον εαυτό τους και τη μονάδα. Π.χ Το 5 είναι πρώτος γιατί 5:5=1 και 5:1=5. Με άλλους διαιρέτες αφήνει υπόλοιπο. Οι πιο συνηθισμένοι πρώτοι είναι οι εξής: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19… Είναι άπειροι.

Σύνθετοι:

Λέγονται οι αριθμοί που διαιρούνται με τον εαυτό τους, τη μονάδα, αλλά και με άλλους αριθμούς. Π.χ το 6. Είναι σύνθετος γιατί: 6:6=1 , 6:1=6, αλλά και 6:2=3 και 6:3=2.

Εργασία στην τάξη και στον πίνακα

Να βρεθεί το Ε.Κ.Π$_{(10,12)}$

Εγκαταλείπουμε πλέον τον $1^{ο}$ τρόπο που είναι χρονοβόρος και πρώτα σκεφτόμαστε:

«Δεν απέχουν μεταξύ τους κατά μία μονάδα, άρα δεν είναι το γινόμενό τους»

«Δεν είναι πρώτοι αριθμοί, άρα πάλι δεν είναι το γινόμενό τους»

«Ο μεγαλύτερος (12), δεν είναι πολλαπλάσιο του μικρότερου (10), άρα δεν είναι αυτός»

«2·12=24, ούτε το 24 είναι πολλαπλάσιο του 10»

«3·12=36, ούτε το 36 είναι πολλαπλάσιο του10»

ΑΝ ΦΤΑΣΩ ΜΕΧΡΙ ΕΔΩ ΚΑΙ ΔΕΝ ΒΡΩ Ε.Κ.Π ΠΑΩ ΣΤΟ 6^{ο} ΒΗΜΑ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ

6. Έχω να μετατρέψω σε ομώνυμα τα ετερώνυμα κλάσματα: $\frac{3}{12}\ \frac{5}{16}$

Γράφω τους παρονομαστές τον έναν δίπλα από τον άλλο, τραβάω μια κάθετη γραμμή και τους διαιρώ με τους πρώτους αριθμούς, αρχίζοντας από το 2 και μετά την εξάντλησή του με το 3 κλπ. Κάτω από κάθε αριθμό γράφω το πηλίκο της διαίρεσης. Αν η διαίρεση δεν είναι τέλεια ξαναγράφω τον αριθμό. Πιο συγκεκριμένα:

12	16	2 (12:2=6 το γράφω και μετά 36:2=18 κλπ)
6	8	2
3	4	2 (3:2 ατελής, ξαναγράφω το 3 από κάτω)
3	2	2
3	1	3
1	1	(Όταν βρω παντού μονάδες τελειώσαμε)

Και βρίσκω τώρα το ΕΚΠ ως εξής: $ΕΚΠ_{(12,16)}=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3=48$

Μετά βρίσκω τι αριθμό θα βάλω μέσα σε κάθε καπελάκι ως εξής:

Καπελάκι = ΕΚΠ : παρονομαστής

Υπάρχει κι ένας άλλος τρόπος για να βρίσκω το καπελάκι, με τη βοήθεια της γραμμής. Προσέξτε τον…

Βλέπω ότι το πρώτο κλάσμα έχει παρονομαστή 12.

Βλέπω τη γραμμή και παρατηρώ ότι το 12 σχηματίζεται από το γινόμενο 2·2·3.

Απομονώνω αυτούς τους αριθμούς και πολλαπλασιάζω τους υπόλοιπους (2·2=4). Αυτός ο αριθμός θα μπει καπελάκι.

Το ίδιο κάνω και με τον άλλο παρονομαστή… Βλέπω ότι: 16= 2·2·2·2. Εδώ περισσεύει το 3 και αυτό θα μπει καπελάκι. Άρα θα έχουμε:

$$\overset{4}{\smile}\ \overset{3}{\smile}$$

$$\frac{3}{12}\frac{5}{16}=\frac{12}{48}\frac{15}{48}$$

Εργασία στην τάξη και στον πίνακα

Βρείτε: Ε.Κ.Π$_{(4,6,9,3)}$ Ε.Κ.Π$_{(6,14,30)}$ Ε.Κ.Π$_{(12,15,38)}$ Ε.Κ.Π$_{(16,32,4)}$ Ε.Κ.Π$_{(8,12,46)}$

ΕΚΠ$_{(12,4,15,20)}$ ΕΚΠ$_{(3,2,5,24)}$ ΕΚΠ$_{(2,4,6,8)}$ ΕΚΠ$_{(3,5,9,15)}$ ΕΚΠ$_{(6,35,25)}$

ΚΟΛΠΑ ΜΕ ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Πώς μετατρέπω μεικτό σε κλάσμα και κλάσμα σε μεικτό αριθμό

Μεικτός αριθμός είναι ο αριθμός που αποτελείται από ακέραιο και κλάσμα Π.χ $4\frac{2}{3}$.

Έναν μεικτό αριθμό όμως τον χρειαζόμαστε και σε μορφή κλάσματος. Να θυμόμαστε ότι επειδή ο μεικτός έχει ακέραιες μονάδες, μετατρέπεται πάντα σε καταχρηστικό κλάσμα και το αντίθετο, το καταχρηστικό κλάσμα μετατρέπεται σε μεικτό αριθμό. Πώς όμως; ΠΡΟΣΟΧΗ!

Εδώ πρέπει να θυμόμαστε ότι μια ακέραιη μονάδα μετατρέπεται σε κλάσμα που έχει αριθμητή και παρονομαστή τον ίδιο αριθμό, δηλ. $\left(\frac{3}{3}=1, \frac{8}{8}=1\right)$ ***κλπ.***

Άρα έχουμε: $4\frac{3}{5}=\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{23}{5}$ και οι σκέψη μας ήταν η εξής:

1. ***Το 4 του μεικτού είναι 1+1+1+1.***
2. ***Μετατρέψαμε την κάθε ακέραιη μονάδα σε κλάσμα (μας οδήγησε ο παρονομαστής του μεικτού)***
3. ***Προσθέσαμε τους αριθμητές του αθροίσματος και αφήσαμε παρονομαστή τον ίδιο.***

Αλλά μπορούμε να κάνουμε και το εξής:

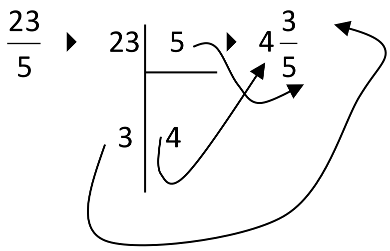
$4\frac{3}{5}=\frac{23}{5}$

Πολλαπλασιάζουμε τον παρονομαστή (5) με τον ακέραιο (4) και στο γινόμενο (20) προσθέτουμε και τον αριθμητή (3). Το αποτέλεσμα (23) το βάζουμε αριθμητή και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

Και αντίστροφα…

Για να μετατρέψουμε ένα καταχρηστικό κλάσμα σε μεικτό αριθμό, κάνουμε διαίρεση *αριθμητής : παρονομαστής*, δηλαδή.

Ας δούμε το προηγούμενο παράδειγμα αντίστροφα.



Αν το σχήμα σας μπερδεύει, να θυμάστε ότι το πηλίκο μπαίνει ακέραιος, το υπόλοιπο αριθμητής του κλάσματος και ο διαιρέτης παρονομαστής (οι παρονομαστές είναι ίδιοι)

Πώς μετατρέπω έναν ακέραιο σε κλάσμα και αντίστροφα

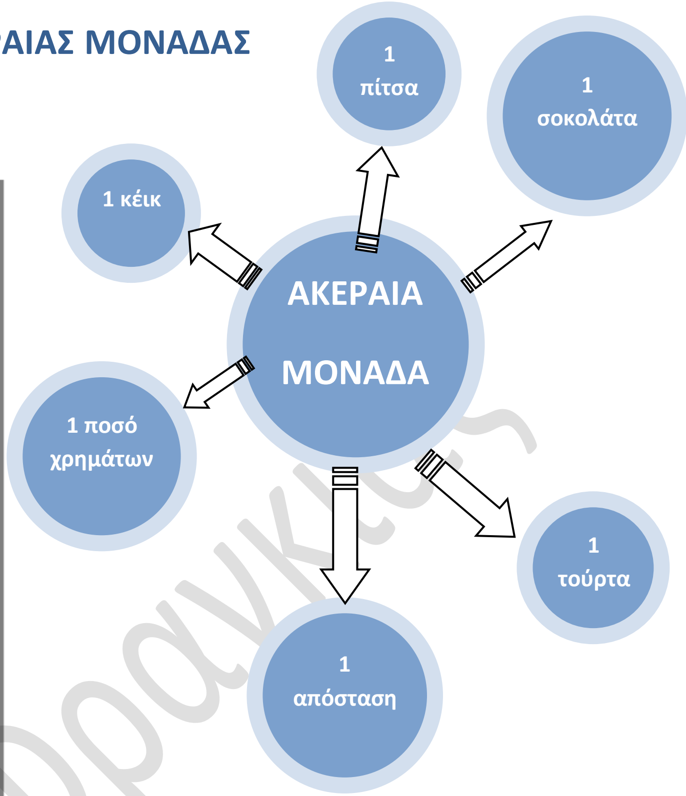
Είναι η πιο απλή περίπτωση. Ένας ακέραιος μετατρέπεται σε κλάσμα βάζοντάς του γραμμή κλάσματος και παρονομαστή τη μονάδα. Δηλ. $6 = \frac{6}{1}$.

Αν τώρα θέλουμε να μετατρέψουμε έναν ακέραιο σε κλάσμα με συγκεκριμένο παρονομαστή, πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο με τον παρονομαστή και το αποτέλεσμα το βάζουμε αριθμητή στο κλάσμα που θα δημιουργηθεί. Π.χ $4 = \frac{\_}{6} = \frac{24}{6}$ (Δηλαδή, οι 4 ακέραιες μονάδες πόσα έκτα είναι; 4·6=24 έκτα.)

Τώρα, ένα κλάσμα μπορεί να γίνει ακέραιος μόνο το κλάσμα είναι καταχρηστικό και η διαίρεση είναι τέλεια. Δηλ. $\frac{12}{3} = 4$ ή $\frac{28}{4} = 7$ κλπ.

ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΩ ΤΟ ΜΕΡΟΣ ΜΙΑΣ ΑΚΕΡΑΙΑΣ ΜΟΝΑΔΑΣ

Όταν λέμε ακεραία μονάδα τι εννοούμε;



Πόσα είναι τα $\frac{3}{4}$ των 400€;

Εδώ τα 400€ είναι 1 ποσό χρημάτων δηλ. $\left(\frac{4}{4}\right)$ και ψάχνουμε να βρούμε το μέρος του δηλ. τα $\left(\frac{3}{4}\right)$. Για να το πετύχουμε αυτό:

1. Διαιρούμε τα 400€ με τον παρονομαστή, για να βρούμε το $\frac{1}{4}$… **[400:4=100]**
2. Πολλαπλασιάζουμε αυτό που θα βρούμε με το 3 για να βρούμε τα $\frac{3}{4}$ **[100·3=300]**

Γενικά…

$$\frac{\alpha}{\beta} \text{ του } \gamma = (\gamma : \beta)\cdot \alpha$$

Πόσα σοκολατάκια είναι τα $\frac{5}{8}$ από 320 σοκολατάκια;

(320 : 8) · 5 → 3 2 0 | 8

0 0 | 4 0 σοκολατάκια είναι το $\frac{1}{8}$ της ποσότητας.

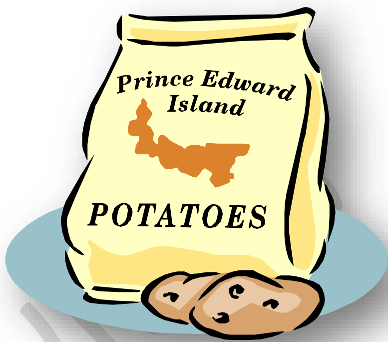
X 5

2 0 0 σοκολατάκια είναι τα $\frac{5}{8}$ της ποσότητας.

Εργασία στην τάξη

Έχω 153Kg. πατάτες. Δίνω στον αδελφό μου τα $\frac{3}{9}$ αυτής της ποσότητας κι εγώ κρατάω τα υπόλοιπα. Αν πουλήσουμε τις πατάτες και οι δύο μας στην ίδια τιμή, με 0,65€/Kg. Να βρείτε την είσπραξη του καθενός μας.

Εργασία στο σπίτι



Φ1 - Να βρεθούν:

- Τα $\frac{5}{12}$ των 1.478€
- Τα $\frac{16}{25}$ των 5.975 στρατιωτών
- Τα $\frac{2}{3}$ των 135Km.
- Τα $\frac{7}{15}$ των 856ν.μ της διαδρομής ενός αεροπλάνου.

Φ2 – Ξεκινήσαμε από Αθήνα για Καβάλα. Η απόσταση είναι περίπου 630Km. Μόλις διανύσαμε τα $\frac{2}{6}$ της διαδρομής, σταματήσαμε για καφέ, φαγητό, WC κλπ. Να βρεθούν:

- Πόσα Km. είχαμε διανύσει.
- Πόσα Km. μας απομένουν να διανύσουμε.
- Σε ποια μεγάλη πόλη είμαστε κοντά.

Φ3 – Να γίνουν ομώνυμα τα παρακάτω ετερώνυμα ζεύγη κλασμάτων και να συγκριθούν.

$\frac{5}{12}$ $\frac{7}{16}$ $\qquad$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\qquad$ $\frac{14}{15}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{5}{18}$

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

- Για να προσθέσω κλάσματα πρέπει να έχω υπόψη μου τα εξής:
- Τα κλάσματα πρέπει να είναι ομώνυμα.
- Αν έχω μεικτούς, με συμφέρει να ΜΗΝ τους μετατρέψω σε κλάσματα γιατί θα δημιουργήσω μεγάλους αριθμητές. Απλά κάνω ομώνυμα τα κλάσματα των μεικτών βάζοντάς τους καπελάκι.
- Για να κάνω πρόσθεση, ελέγχω αν είναι ομώνυμα τα κλάσματα, προσθέτω τους ακέραιους των μεικτών (όπου υπάρχουν), μετά τους αριθμητές των κλασμάτων και παρονομαστή αφήνω τον ίδιο.

Εργασία στην τάξη

2 1

ΕΚΠ(5,10)=10 (γιατί το 10 είναι πολλαπλάσιο του 5)

$$\frac{4}{5}+\frac{8}{10}=\frac{8}{10}+\frac{8}{10}=\frac{16}{10}=1\frac{6}{10}$$

3 2

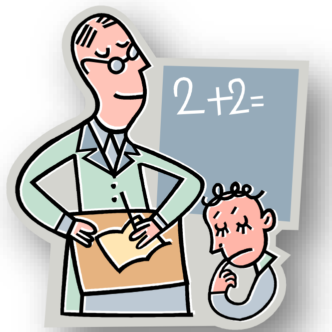
ΕΚΠ(4,6)=12 (το διπλάσιο του μεγαλύτερου δηλ. 6)

$$4\frac{3}{4}+2\frac{2}{6}=4\frac{9}{12}+2\frac{4}{12}=6\frac{13}{12}=7\frac{1}{12}$$

ή μετατρέπω τους μεικτούς σε κλάσματα. Ας το δούμε…

3 2

$$4\frac{3}{4}+2\frac{2}{6}=\frac{19}{4}+\frac{14}{6}=\frac{57}{12}+\frac{28}{12}=\frac{85}{12}=7\frac{1}{12}$$



Εξάσκηση με απλές ασκήσεις του τύπου…

$\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=$

$\frac{7}{12}+\frac{5}{12}=$

$\frac{9}{14}+\frac{8}{14}=$

$\frac{6}{15}+\frac{3}{15}+\frac{4}{15}=$

$\frac{3}{8}+\frac{7}{12}+\frac{3}{4}=$

$\frac{4}{6}+\frac{3}{5}+\frac{5}{10}+\frac{1}{2}=$

$5\frac{2}{7}+6\frac{3}{7}=$

$8\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+2\frac{1}{2}=$

$15+3\frac{4}{7}=$

$6\frac{3}{4}+\frac{2}{8}=$

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Η αφαίρεση κλασμάτων έχει τους ίδιους περίπου κανόνες με την πρόσθεση. Δηλαδή πρέπει τα κλάσματα να είναι ομώνυμα και να αποφεύγουμε να μετατρέπουμε τους μεικτούς σε κλάσματα. Τώρα… Υπάρχουν και διαφορές όπως:

Όταν αφαιρώ μεικτό ή κλάσμα από ακέραιο, πρέπει ο ακέραιος να γίνει μεικτός για να γίνει η αφαίρεση. Παράδειγμα…

$$14-\frac{3}{8}=13\frac{8}{8}-\frac{3}{8}=13\frac{5}{8}$$

$$7-2\frac{6}{11}=6\frac{11}{11}-2\frac{6}{11}=4\frac{5}{11}$$

Μελετήστε τα παραδείγματα αυτά.

Επίσης όταν αφαιρούμε μεικτό από μεικτό και τα κλάσματα δεν αφαιρούνται. Παράδειγμα…

Τα κλάσματα δεν αφαιρούνται (δεν αφαιρούνται οι αριθμητές)

$\overset{1}{\cup}$ $\overset{4}{\cup}$

$$7\frac{1}{8}-5\frac{1}{2}=7\frac{1}{8}-5\frac{4}{8}=6\frac{9}{8}-5\frac{4}{8}=1\frac{5}{8}$$

Το κλάσμα αυτό από πού και πώς δημιουργήθηκε;

Εδώ υπάρχει η απορία το $7\frac{1}{8}$ πώς έγινε $6\frac{9}{8}$;

Καταρχάς να πούμε ότι οι αριθμοί αυτοί είναι ισοδύναμοι. Απλά ο δεύτερος μεικτός αριθμός έχει καταχρηστικό κλάσμα κι έτσι μπορούμε να κάνουμε την αφαίρεση. Για να δημιουργήσουμε τέτοια κλάσματα έχουμε δύο τρόπους: Παράδειγμα…

$7\frac{2}{7}$ ***Αφαιρούμε μια μονάδα από τον ακέραιο και από 7 γίνεται 6***

Την μονάδα την κάνουμε κλάσμα με αριθμητή και παρονομαστή τον ίδιο.

Στο κλάσμα αυτό προσθέτουμε και το κλάσμα που ήδη υπάρχει. Άρα:

$7\frac{2}{7}=6\frac{7}{7}+\frac{2}{7}=6\frac{9}{7}$ ή για γρήγορη σκέψη λέμε: «*Από το 7 αφαιρούμε μια μονάδα και γίνεται 6, προσθέτουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή (7+2=9) και το αποτέλεσμα το βάζομε αριθμητή και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο*». (Περισσότερα στην τάξη. Για εξάσκηση * παρακάτω)

Ασκήσεις…

$\frac{8}{11}-\frac{5}{11}=$

$\frac{30}{45}-\frac{12}{45}=$

$\frac{5}{9}-\frac{3}{7}=$

$\frac{2}{3}-\frac{9}{15}=$

$5\frac{5}{14}-3\frac{1}{7}=$

$15\frac{3}{15}-8\frac{4}{5}=$

$18\frac{5}{8}-6=$

$16-12\frac{3}{4}=$

$3\frac{1}{4}-1=$

$24-12\frac{6}{15}=$

$16\frac{11}{14}-9=$

$8\frac{3}{24}-3\frac{10}{12}=$

*Μετατρέψτε τους μεικτούς ώστε το κλάσμα τους να είναι καταχρηστικό.

$4\frac{3}{7}=$

$5\frac{6}{9}=$

$7\frac{12}{16}=$

$6\frac{8}{14}=$

$9\frac{2}{15}=$

ΠΩΣ ΜΕΤΑΤΡΕΠΩ ΕΝΑΝ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΕ ΜΕΙΚΤΟ Η ΚΛΑΣΜΑ

Ένας δεκαδικός για να γίνει μεικτός πρέπει να έχει ακέραιο (π.χ 6,7). Αν δεν έχει ακέραιο (π.χ 0,138) τότε μετατρέπεται μόνο σε κλάσμα. Και να πώς…

Δεκαδικός → μεικτός

$4{,}35=4\frac{35}{100}$

$5{,}0173=5\frac{173}{10000}$

Δηλαδή:

Ακέραιος δεκαδικού → Ακέραιος μεικτού

Δεκαδικά ψηφία → Αριθμητής μεικτού

Παρονομαστής 10 αν έχουμε δέκατα κλπ

δεκαδικός → κλάσμα

$0{,}185=\frac{185}{1000}$

$12{,}41=\frac{1241}{100}$

$653{,}7=\frac{6537}{10}$

Δηλαδή:

Αριθμός χωρίς υποδ/λή →Αριθμητής

10 για δέκατα, 100 για εκατ. κλπ → Παρον

Πού χρησιμοποιείται αυτή η μετατροπή; Ένα παράδειγμα…

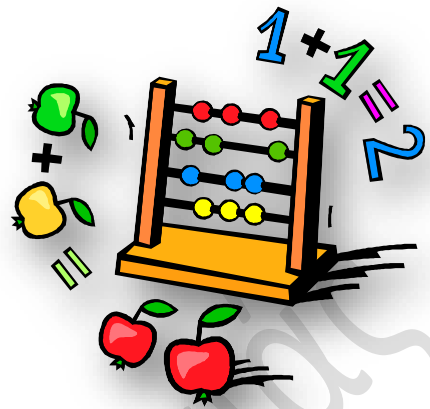
$$5\frac{4}{20}+0{,}6=5\frac{4}{20}+\frac{6}{10}=5\frac{4}{20}+\frac{12}{20}=5\frac{16}{20}$$

Φ - Και λίγη εξάσκηση…

$3\frac{1}{4}+2\frac{5}{20}=$ $\quad$ $16-3\frac{4}{18}=$

$6\frac{5}{12}-\frac{3}{4}=$ $\quad$ $36\frac{4}{14}-23=$

$8\frac{13}{25}+2{,}23=$ $\quad$ $6{,}8-4\frac{18}{20}=$



Φ - Και λίγη επανάληψη… 1

3,825:8,5=

15,43-0,98=

559·6,5=

Φ - Λίγη επανάληψη…2

Γράψε από ένα ισοδύναμο κλάσμα ➔ $\frac{2}{5}=\frac{}{}$ $\quad$ $\frac{6}{9}=\frac{}{}$

Να κάνεις ανάγωγα τα κλάσματα ➔ $\frac{20}{32}=\frac{}{}$ $\quad$ $\frac{8}{10}=\frac{}{}$ $\quad$ $\frac{35}{56}=\frac{}{}$

Κλάσμα → Μεικτός & Μεικτός → κλάσμα ➔ $4\frac{3}{8}=\frac{}{}$ $\quad$ $7\frac{5}{6}=\frac{}{}$ $\quad$ $4\frac{2}{5}=\frac{}{}$ $\quad$ $8\frac{7}{12}=\frac{}{}$

$\frac{25}{4}=$ $\quad$ $\frac{55}{8}=$ $\quad$ $\frac{47}{9}=$ $\quad$ $\frac{68}{15}=$

Φ - Λίγη επανάληψη…3

$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{3}{4}=$ $\quad$ $8\frac{1}{4}-3\frac{7}{8}=$

Φ - Και λίγα προβλήματα επανάληψης…

- Μια οικογένεια κατανάλωσε σ' ένα μήνα $4\frac{1}{3}$ λίτρα λάδι. Τον επόμενο μήνα κατανάλωσε $1\frac{4}{5}$ λίτρα περισσότερο από τον προηγούμενο. Πόσα λίτρα λάδι κατανάλωσε και τους δύο μήνες; $\left(10\frac{7}{15}\right)$
- Ένα φορτηγό μετέφερε σε δύο μέρες 50 τόνους μήλα. Τη μια μέρα μετέφερε $27\frac{3}{12}$ τόνους. Πόσους τόνους μετέφερε την άλλη μέρα; $\left(22\frac{3}{4}\right)$
- Ένας ορειβάτης ανέβηκε ένα βουνό σε $2\frac{1}{4}$ ώρες και το κατέβηκε σε $1\frac{5}{6}$ ώρες. Ένας άλλος ανέβηκε σε $2\frac{2}{3}$ ώρες. Σε πόσες ώρες πρέπει να το κατέβει για να κάνει τον ίδιο συνολικά χρόνο με τον πρώτο ορειβάτη; $\left(1\frac{5}{12}\right)$

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ

Υπάρχουν κάποια κριτήρια που μας διευκολύνουν για να καταλάβουμε με μια ματιά αν κάποιοι αριθμοί διαιρούνται ΑΚΡΙΒΩΣ με το 2, με το 3, με το 5, με το 7 (κυρίως με αυτούς που είναι και πρώτοι αριθμοί και τους συναντάμε στην εύρεση του Ε.Κ.Π. Ας δούμε ποια είναι αυτά τα κριτήρια.

:2 διαιρούνται όλοι οι αριθμοί που τελειώνουν σε **0, 2, 4, 6** ή **8**. Π.χ ο αριθμός 53**2** διαιρείται ακριβώς με το 2 γιατί τελειώνει σε 2.

:3 διαιρούνται οι αριθμοί που αν προσθέσω τα ψηφία από τα οποία αποτελούνται, το τελικό μονοψήφιο άθροισμα που θα πάρω, θα πρέπει να είναι **3, 6** ή **9**. Π.χ ο αριθμός 539 δε διαιρείται με το 3 γιατί 5+3+9=17 → 1+7=8. Δεν έχω τελικό άθροισμα 3, 6 ή 9 αλλά 8. Ο αριθμός όμως 1.026 διαιρείται με το 3 γιατί 1+0+2+6=9. Το τελικό αποτέλεσμα που πήρα είναι 9 (είπαμε… ή 3 ή 6 ή 9)

:5 διαιρούνται όλοι οι αριθμοί που τελειώνουν σε **0** ή **5**. Π.χ ο αριθμός 4.73**5**, διαιρείται με το 5, γιατί τελειώνει σε 5.

:7 διαιρούνται οι αριθμοί που μετά από μια ιδιαίτερη διαδικασία που περιγράφουμε παρακάτω θα πρέπει να βρούμε αριθμό, πολλαπλάσιο του 7. Ποια είναι η διαδικασία όμως αυτή; Ας δούμε αν ο αριθμός 4.386 διαιρείται με το 7. Αφαιρούμε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού (6), το διπλασιάζω (12) και το αφαιρώ από τον αριθμό που έμεινε όταν αφαίρεσα το 6 (438). Μετά, συνεχίζω την ίδια διαδικασία μέχρι να βρω αριθμό που να είναι πολλαπλάσιο του 7 και η διαδικασία να μη συνεχίζεται άλλο. Ας το δούμε σχηματικά…

4 3 8 6 → 4 3 8 4 2

(2·6) - 1 2 - 1 2

4 2 6 3 0 (Δεν ανήκει στα $Π_7$, άρα το 4.386 δε διαιρείται με το 7)

4 5 6 4 → 4 5 6 4 4

(2·4) - 8 - 1 6

4 4 8 2 8 (Ανήκει στα $Π_7$, άρα το 4.564 διαιρείται με το 7)

Εργασία στην τάξη

Φ1 – Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

Αριθμοί	**:2**	**:3**	**:5**	**:7**
1.478				
593				
630				
3.690				
4.718				

Φ2 – Να συμπληρωθούν τα κενά των αριθμών, ώστε να γίνονται οι διαιρέσεις που προτείνονται.

47□9□ :2 και :3

57□ :2 και :5

47□ :3 και :9

14□9□ :2 και :3 και :5

Εργασία στο σπίτι

Φ1 - Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας με ✔ ή χ όπως κάναμε στην τάξη.

Αριθμοί	:2	:3	:5	:7
532				
66.549				
1.587				
415				
37.860				
652				
6.125				
4.844				

Φ2 – Να βρείτε την τιμή των παρακάτω μεταβλητών, ώστε οι διαιρέσεις να είναι τέλειες

658x : 5 x =

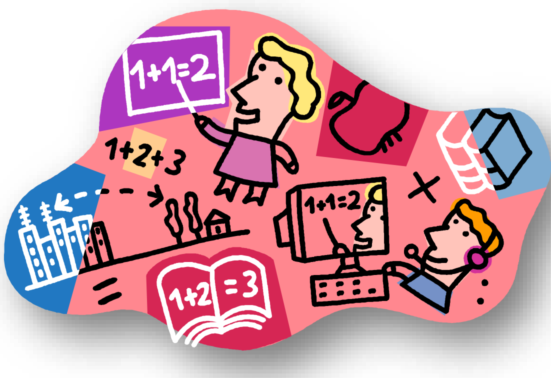
7x53 : 3 x =

65x : 2 x =

4x8y :2 :3 x = y =

99xy :5 :3 x = y =

54xy :2 :3 :5 x = y =



Εργασία στην τάξη

Φ1 - Να βρείτε την τιμή των παρακάτω μεταβλητών, όπως παραπάνω.

19x :2 :7 x =
3x8y :2 :3 :5 x = y =

Φ2 – Χαλάστε τους παρακάτω μεικτούς, ώστε να έχουν καταχρηστικό κλάσμα.

$5\frac{2}{7} =$ $\qquad$ $8\frac{1}{3} =$ $\qquad$ $5\frac{3}{4}$

Φ3 – Λίγη εξάσκηση ακόμη σε διάφορες περιπτώσεις προσθαφαίρεσης κλασμάτων. Δώστε σημασία στον τρόπο επίλυσης των κίτρινων περιπτώσεων.

$3\frac{2}{8} - 1\frac{3}{4} =$

$15 + 3\frac{7}{11} =$

$43 + \frac{5}{8}$

$5\frac{2}{8} + 3 =$

$6\frac{5}{9} - 2 =$

$7 - 3\frac{4}{12} =$

$8 - \frac{6}{15} =$

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Όταν λέμε «*απλοποιούμε ένα κλάσμα*», εννοούμε ότι βρίσκουμε ένα ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ με πιο απλούς (μικρούς) όρους. Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να διαιρέσουμε τους όρους του κλάσματος με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο κοινό αριθμό (διαιρέτη). Αυτός ο αριθμός λέγεται **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ).** Για να βρούμε λοιπόν το Μ.Κ.Δ των όρων ενός κλάσματος ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Βρίσκω όλους τους διαιρέτες του κάθε όρου του κλάσματος. Θυμόμαστε ότι διαιρέτες ενός αριθμού είναι οι παράγοντες που δίνουν γινόμενο τον αριθμό αυτό. Π.χ διαιρέτες του 12 ($Δ_{12}$) είναι το 3 και το 4, γιατί 3·4=12, είναι το 2 και το 6, γιατί 2·6=12, είναι το 1 και το 12, γιατί 1·12=12. Άρα, $Δ_{12}$=1,2,3,4,6,12.
2. Τους ξαναγράφω κατ' αύξοντα αριθμό (μ → Μ).
3. Υπογραμμίζω τους κοινούς διαιρέτες και…
4. Κυκλώνω το μεγαλύτερο απ' αυτούς.

Π.χ Ας απλοποιήσουμε το κλάσμα $\frac{6}{15}$. Πρέπει να βρούμε το Μ.Κ.Δ$_{(6,15)}$

$Δ_6$=1,6,2,3 άρα $Δ_6$=1,2,3,6

$Δ_{15}$=1,15,3,5 άρα $Δ_{15}$=1,3,5,15 Άρα Μ.Κ.Δ$_{(6,15)}$=3

Αν διαιρέσω κάθε όρο του κλάσματος με το 3, το κλάσμα που θα προκύψει θα είναι ισοδύναμο με το $\frac{6}{15}$ και θα έχει μικρότερους όρους. Ας το δούμε: $\frac{6:3}{15:3}=\frac{2}{5}$. Το $\frac{2}{5}$ έχει πιο μικρούς (απλούς) όρους από το $\frac{6}{15}$, ενώ έχουν την ίδια αξία. Είναι δηλαδή ισοδύναμα. Επειδή το κλάσμα που προκύπτει όταν χρησιμοποιούμε για την απλοποίησή του το Μ.Κ.Δ των όρων του, δεν απλοποιείται περισσότερο, λέγεται ***ανάγωγο*** κλάσμα.

Εδώ να συνοψίσουμε και να πούμε ότι όταν βλέπουμε ένα γινόμενο, π.χ 4·5=20, αυτό σημαίνει ότι: Το 20 είναι πολλαπλάσιο του 4 και του 5 αλλά και αντίστροφα, το 4 και το 5 είναι διαιρέτες του 20.

Εργασία στο σπίτι

Φ - Να βρεθούν: Μ.Κ.Δ$_{(15,28)}$, Μ.Κ.Δ$_{(32,40)}$ και Μ.Κ.Δ$_{(16,17)}$

Εργασία στην τάξη

Φ – Πάλι κλάσματα (ίδιοι αριθμοί, διαφορετικές πράξεις).

$16\frac{3}{4}+7\frac{1}{8}=$

$16\frac{3}{4}-7\frac{1}{8}=$

$34{,}8+12\frac{12}{15}=$

$34{,}8-12\frac{15}{15}=$

$19{,}2+7\frac{3}{4}=$

$19{,}2-7\frac{3}{4}=$

$14+\frac{8}{12}=$

$14-\frac{8}{12}=$

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ

Εργασία στην τάξη

Φ.Ε1 – Θυμόμαστε να κάνουμε συγκρίσεις;

$\frac{3}{7}\ \frac{12}{7}\ \frac{1}{7}\ \frac{5}{7}\ (\mu \to M)\ \to$

$\frac{8}{12}\ \frac{8}{15}\ \frac{8}{3}\ \frac{8}{25}\ (\mu \to M) \to$

$\frac{5}{12}\ \frac{3}{2}\ \ (\mu \to M\ \chi\omega\rho\acute{\iota}\varsigma\ \pi\rho\acute{\alpha}\xi\varepsilon\iota\varsigma) \to$

$\frac{6}{12}\ \frac{5}{16}\ \frac{9}{32}\ \frac{2}{4}\ (\mu \to M) \to$

Φ.Ε2 – Διπλασιάζουμε την αξία του καθενός από τα παρακάτω κλάσματα, με δύο τρόπους το καθένα.

$\frac{4}{12}$

$\frac{3}{4}$

Φ.Ε3 – Μειώνουμε 4 φορές την αξία των παρακάτω κλασμάτων, με όποιον τρόπο θέλουμε.

$\frac{5}{6}$ $\frac{12}{18}$ $\frac{4}{5}$

Φ.Ε4 – Συγκρίνουμε με την ακέραια μονάδα τα παρακάτω κλάσματα.

$\frac{4}{7}\ \ 1$ $\frac{8}{3}\ \ 1$ $\frac{5}{5}\ \ 1$

Φ.Ε5 – Να γίνουν ανάγωγα τα παρακάτω κλάσματα (Μ.Κ.Δ).

$\frac{8}{18} =$ $\frac{3}{21} =$ $\frac{16}{17} =$ $\frac{3}{5} =$

Φ.Ε6 – Να γραφτούν τα 5 πρώτα ισοδύναμα κλάσματα του $\frac{4}{7}$.

$\frac{4}{7} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Φ.Ε7 – Να βρεθούν οι τιμές των παρακάτω μεταβλητών. ΠΡΟΣΟΧΗ: Όπου αντιστοιχούν πολλές τιμές, επιλέγω μία. Οι κίτρινες περιπτώσεις είναι δυσκολότερες.

$\frac{6+x}{18} = 1 \quad x =$ $\qquad$ $\frac{5 \cdot y}{40} = 1 \quad y =$ $\qquad$ $\frac{8-z}{7} < 1 \quad z =$

$\frac{12-t}{6} = \frac{5+b}{8} \quad t = \quad b =$ $\qquad$ $\frac{3 \cdot x + 1}{16} = \frac{8+c}{25} \quad x = \quad c =$

Φ.Ε8 – Ποια κλάσματα είναι ισοδύναμα; Να βρεθούν με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς. Χρησιμοποιείστε τα χιαστί γινόμενα.

$\frac{4}{8} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{16}{32} \quad \frac{15}{60} \quad \frac{1}{2} \rightarrow$

Φ.Ε9 – Να μετατραπούν οι παρακάτω μεικτοί αριθμοί σε καταχρηστικά κλάσματα.

$4\frac{1}{2} =$ $\qquad$ $5\frac{3}{8} =$ $\qquad$ $7\frac{4}{12} =$

$$\alpha\frac{\beta}{\gamma} = \frac{\varepsilon}{\gamma}$$

Φ.Ε10 – Να γίνει το αντίθετο

$\frac{136}{12} =$ $\qquad$ $\frac{478}{35} =$ $\qquad$ $\frac{6.584}{137} =$ $\qquad$ $\frac{98.768}{45} =$

Φ.Ε11 – Να μετατραπούν τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς. Δεν ξεχνάμε ότι: $\boldsymbol{\frac{\alpha}{\beta} = \alpha : \beta}$

$\frac{4}{9} =$ $\frac{8}{12} =$ $\frac{3}{4} =$ $\frac{2}{7} =$ $\frac{1}{5} =$ $\frac{7}{8} =$ $\frac{3}{4} =$

Περιεχόμενα